

HOMO NAUČNO-STRUČNI ČASOPIS IZ OBLASTI SPORTA I TJELESNOG ODGOJA

SPORTICUS

ČODINA 9 - BRČUJ 1-2007

"SLI-KOM" - ALGORITAM ZA IDENTIFIKACIJU SLIČNOSTI UZORAKA

¹ Dobromir Bonacin, ² Stipe Blažević, ³ Žarko Bilić

¹ Fakultet sporta i tjelesnog odgoja Univerziteta u Sarajevu

² Ekonomski fakultet Sveučilišta u Rijeci

³ Pedagoški fakultet Sveučilišta u Mostaru

Summary

It was created a model, and on that basis, written and tested an algorithm for similarities analysis. Model treats global and local similarities with application in problems with dependent and independent samples. For purposes of this article and model evaluation, we present data of 90 entities, divided into two groups (43 in experimental, and 47 in control group) described with 18 motor variables, measured twice (initially and at final stage). Variables were defined to cover almost all main motor latent dimensions. Algorithm shows excellent possibility of samples similarities identification in typical sport situations, with numerous significant data results derived. In that sense, this model becomes strong and valid tool for object status investigation, but also for planning, control and evaluation of treatment effects.

Uvod i problem

Multivarijantne analize podataka naročito su zastupljene u znanstvenim istraživanjima u posljednjih nekoliko desetljeća. Među njima svakako se mogu prepoznati one najčešće korištene, a mogu se klasificirati načelno u tri kategorije. U prvoj se nalaze analize koje imaju karakter utvrđivanja stanja, poput faktorskih, taksonomskih, regresijskih, diskriminativnih i slično (Harman 1970., Cooley i Lohnes 1971., Mulaik 1972., Rao 1973., Johnson i Wichern 1992., Hair i sur. 1990., Rađo i Wolf 2002.). U drugoj su analize koje se bave evaluacijom transformacijskih postupaka, poput analiza kvantitativnih promjena, strukturalnih promjena ili sličnih analiza efekata (Momirović 1984., Momirović i sur. 1987., Bonacin i Rađo 2005, a i b, Bonacin, Rađo i Smajlović 2006). Konačno, u trećoj su novije analize koje se bave identifikacijom procesa (Bonacin i Carev 2002., Bonacin 2004., Bonacin 2006., Blažević i Bonacin 2006., Bonacin, Rađo i Smajlović 2005.). Analize evaluacije postupaka i analize identifikacije procesa čine skup procedura za koji se može tvrditi da tek treba doživjeti svoju potpunu afirmaciju u svijetu sportske tehnologije. Međutim, više nego jasno upada u oči činjenica da je jedan bitan problem ostao u svemu tome desetljećima neriješen, a direktno se naslanja na prvu kategoriju postupaka, tj. na analize stanja. Naime, u skupu procedura za analizu stanja lako je prepoznati tipične metode, od kojih su neke i spomenute, ali među njima jednostavno nema niti jedne jedine ozbiljne koja bi se bavila analizom sličnosti npr. u prostoru varijabli (iako nema nikakve prepreke da se konfigurira algoritam i u prostoru entiteta ili taxona). Pod realnom pretpostavkom da nas itekako zanimaju multivarijantne razlike među ma kako definiranim skupinama entiteta, nema niti jednog razloga da nas jednako tako ne bi zanimala i sličnosti među tim istim uzorcima. Trivijalno rješenje, prema kojemu nepostojeća značajnost diskriminacije znači sličnost jednostavno je gruba metodologijska pogreška. Ovo iz razloga što rezultati diskriminativne analize, ni po kakvoj logici a posebno njene definicije, uopće nisu matematički komplementarni multivarijantnim sličnostima uzoraka, pa dakle jasno proizlazi da se sličnosti u takvom modelu ne mogu opisati nepostojanjem razlika. A da se i ne govori o ukupnoj sličnosti dvaju takvih modela, ili čak pojedinačnim multivarijantnim doprinosima takvoj sličnosti. Očito je da model sličnosti uopće nije definiran, te jednostavno nije moguće ispitati po čemu su dva uzorka slična, kao i je li to statistički značajno.

Zbog svega navedenog pripremljena je serija algoritama koja u raznim modelima ispituje sličnosti uzoraka iz istih ili različitih populacija. Za potrebe ovog članka pripremljen je prvi iz te serije, krajnje jednostavni algoritam koji definira sličnost komunaliteta dviju matrica asocijacija inicijalnih varijabli. Vjerojatno niti ne treba posebno naglašavati koliko je ovakav algoritam značajan za sportsku znanost i tehnologiju.

Model

Informacije o sličnosti uzoraka sigurno se nalaze među najvažnijima u ma kakvoj ozbiljnoj raspravi o stanjima populacijskih segmenata bilo koje veličine. Ne treba ni govoriti da je to u sportu iznimno dragocjena informacija, jer dvije potencijalne skupine sportaša opisuje u duhu multivarijantne bliskosti po parametrima koji su odabrani za procjenu. Takva informacija direktno upućuje na status virtualno različito tretiranih subjekata, ali pogotovo npr. u smislu aktualne sportske forme ako se na bilo koji način može generirati referentno stanje skupa vrhunskih sportaša. Ovo posebno vrijedi u slučaju korištenja situacijskih metoda akvizicije podataka, jer su tada usporedbe u ogromnoj mjeri oslobođene svakojake kontaminacije i teže formiranju optimalnih aktualnih modela transformacijskih postupaka. Ovo znači da je moguće u bilo kojem trenutku simulirati podudarnost trenažnog modela i trenažnog cilja, što je nevjerojatno zahvalna informacija za tehnologiju transformacijskih postupaka. Stoga bi ovaj model mogao biti jedan od dragocjenijih alata za nadzor i kontrolu transformacija, s jasnim posljedicama koje se mogu očitovati kao poznavanje intervencija u proces s ciljem približavanja sportskog profila zamišljenom odnosno idealnom. Naravno, ovaj model će biti efikasan upravo u onoj mjeri u kojoj ga prihvate znanstvenici i stručnjaci u oblasti sporta i upravljanja sportskim razvojem.

Algoritam

Neka su iz populacije E nekim kriterijem definicije izvučena dva bilo kakva uzorka objekata e_{1i} ($i=1..x_1$) i e_{2i} ($i=1..x_2$) opisani istim skupom varijabli v_j ($j=1..y$) izvučenih iz populacije V. Hadamardovim pridruživanjem vrijednosti odabranim objektima dobivaju se matrice brutto podataka $B_1 = E_1 \otimes V$ i $B_2 = E_2 \otimes V$ s elementima b_{1ij} ($i=1..x_1, j=1..y$) i b_{2ij} ($i=1..x_2, j=1..y$). Standardizirajmo podatke u matricama B_1 i B_2 tako da je $z_{1ij} = (b_{1ij} - m_{1j}) / \sigma_{1j}$, a $z_{2ij} = (b_{2ij} - m_{2j}) / \sigma_{2j}$, pri čemu su vektori aritmetičkih sredina sadržani u $m_1 = \sum b_{1j} / x_1$ i $m_2 = \sum b_{2j} / x_2$, dok su standardne devijacije definirane kao $\sigma_1 = \sqrt{\sum (b_{1ij} - m_{1j})^2 / x_1}$ i $\sigma_2 = \sqrt{\sum (b_{2ij} - m_{2j})^2 / x_2}$. U matricnom obliku iz tako standardiziranih podataka dobivaju se korelacije varijabli pod modelom najveće vjerodostojnosti kao $R_1 = Z_1' Z_1^{-1} / x_1$ i $R_2 = Z_2' Z_2^{-1} / x_2$.

Iz matrica R_1 i R_2 se operacijom inverzije, uz uvjete $I = R_1 * R_1^{-1}$, kao i $I = R_2 * R_2^{-1}$, izračunavaju dijagonalni elementi kao $D_{1jj} = dg(R_1)^{-1}$ i $D_{2jj} = dg(R_2)^{-1}$, što predstavlja upravo procjenu dijela neobjašnjenog varijabiliteta svake pojedine varijable iz R_1 i R_2 procjenjene na temelju preostalih, odnosno unikatete varijabli (u_{1j}^2 i u_{2j}^2). Naravno, komunaliteti varijabli iz R_1 i R_2 su jednostavno $h_{1j}^2 = 1 - u_{1j}^2$ i $h_{2j}^2 = 1 - u_{2j}^2$.

Vektori komunaliteta h_1^2 i h_2^2 predstavljaju objašnjeni dio varijabiliteta svake pojedine varijable na temelju preostalih. Pod realnom pretpostavkom da između različitih uzoraka opisanih istim skupom varijabli iz V nema nikakve razlike, tj. da je sličnost komunaliteta potpuna, ova dva vektora neće se ni u čemu razlikovati i vrijednosti razlika $\Delta' = (h_1^2 - h_2^2)$ bit će 0 (nula) za sve varijable u sustavu, a time je sličnost potpuna, pa je na taj način moguće usporediti sličnost dvaju uzoraka.

Budući su pojedini komunaliteti, pa dakle i njihove razlike po pojedinim varijablama približno distribuirani po t-raspodjeli, moguće je testirati hipotezu o sličnosti varijabli iz dvaju uzoraka, uz stupnjeve slobode $df = x_1 + x_2 - y - 2$, uz jedino ograničenje da je $(x_1+x_2) > (y+2)$. Ako se, pak radi o zavisnim uzorcima, tj. o istom uzorku u dva različita stanja ta ista hipoteza se može testirati također t-testom uz stupnjeve slobode koji su jednaki $df = x - y$, uz jedino ograničenje da je $x > y$, tj. da je broj entiteta veći od broja varijabli kojim su opisana dva različita stanja. Ukupna sličnost uzoraka u multivarijantnom smislu lako se definira jer je kod istih uzoraka definirana kao globalna mjera sličnosti, tj. kao dvostruki kvadrat sume svih pojedinih apsolutnih razlika izračunatih komunaliteta $\Delta = 2*(\sum ABS(h_1^2-h_2^2))^2$ i distribuirana je približno po X^2 raspodjeli uz stupnjeve slobode jednake $df = y$. Kod različitih uzoraka Δ vrijednost je definirana dvostrukom funkcijom tj. Δ^2 uz stupnjeve slobode jednake $df = y$.

Statističko zaključivanje o značajnosti time je definirano. Međutim, kao i u drugim multivarijantnim metodama (a komunaliteti jesu multivarijantni pokazatelji, kao i njihove razlike), uvijek je moguća divergencija između globalnih i lokalnih pokazatelja što svjedoči o količini informacija koja ne mora odgovarati statističkim kriterijima. Tako se može dogoditi npr. da globalna mjera opisuje statističku značajnost, a od lokalnih ni jedna takav karakter nema. Jednako je moguće npr. i da su poneki lokalni pokazatelji značajni, a globalna mjera ne. U prvom slučaju očito se radi o parcijalnoj multikolinearnosti, a u drugom o varijablama koje po globalnoj definiciji ne pripadaju istom općem prostoru koji je odabranim varijablama razapet. Stoga, osim statičkih pokazatelja, kao uostalom i u svim ostalim multivarijantnim modelima (a što se nerijetko zanemaruje), uvijek treba razmotriti i količinu informacija koju pokazatelji emitiraju. Samo na taj način može se doći do istinitih zaključaka o tretiranom problemu.

Ovaj model, naravno, iznimno malo je osjetljiv na mali broj entiteta u uzorcima, što ga čini jako primjenjivim u sportu, gdje se redovito radi o manjim grupama, jer je sigurnost u rezultate upravo proporcionalna broju reprezentativnih entiteta, a komunaliteti varijabli oscilirat će upravo u onoj mjeri u kojoj osciliraju i rezultati reprezentativnih entiteta na pojedinim varijablama. Kako dobro znamo, reprezentativni entiteti pripadaju baš selektiranoj populaciji, čime se volumen hiperkonusa rezultata bitno smanjuje u odnosu na običnu populaciju, a komunaliteti maksimalno povećavaju, i utoliko više ukoliko je set varijabli izabran na način da predstavlja baš tu populaciju.

Ovaj model dopušta usporedbe objekata i u drugim različitim kombinacijama, pa čak i u situaciji da jedan objekt ili čak više objekata pripadaju dvama analiziranim uzorcima, čime se nedvojbeno uvrštava među simulacijske modele. Naravno, pravu životnu snagu algoritma, kao i uvijek, definirat će njegovo prihvaćanje od strane eksperata u pojedinim utilitarnim područjima sporta i tjelesnog odgoja, upravo sukladno znanstvenim spoznajama koje se na taj način mogu dobiti kao trajne i reproducibilne.

Numerički primjer

Problem – Sličnost grupa objekata

Dvije grupe učenika uzrasta 10-11 godina (prosječno 10.5) podvrgnute su sistematskim transformacijskim postupcima u trajanju od jedne školske godine. Grupa od 47 učenika tretirana je vježbama koje su uključivale jednostavne i složene zadatke za taj uzrast odabrane iz skupa košarkaških vježbi. Kontrolna grupa od 43 učenika tretirana je uobičajenim stimulusima u nastavi tjelesnog odgoja za taj uzrast.

Na početku i na kraju tretmana entiteti su opisani sa 18 općih motoričkih varijabli: koraci u stranu (MKUS), osmica sa sagibanjem (MOSS), trčanje u pravokutniku (MTUP), pretklon raskoračno (MPTK), iskret (MISK), čeonu špaga (MSPA), ciljanje u metu nogom (MNOG), taping (MTAP), taping 2 puta (MTA2), taping nogom (MTAN), bacanje medicine iz ležanja (MBML), razlika maksimalnog dohvata (MSGT), skok u dalj s mjesta (MDSM), ciljanje kratkim štapom (MSTA), gađanje nogom u vertikalnu metu (MNOG), gađanje rukom lopticom u koncentričnu metu (ML20), izdržaj u skleku (MSKL), izdržaj u čučnju (MCUC) i horizontalni izdržaj trupa bez opterećenja (MTRU). Sličnost objekata po grupama u analizirana je algoritmom SLI-KOM.

a) Sličnost istih grupa objekata u različitim stanjima

	EX				KO		
	1	2	D		1	2	D
MKUS	0.67	0.79	0.24	MKUS	0.89	0.72	0.33
MOSS	0.83	0.69	0.29	MOSS	0.75	0.66	0.18
MTUP	0.86	0.76	0.19	MTUP	0.73	0.81	0.16
MPTK	0.39	0.67	0.58	MPTK	0.54	0.54	0.01
MISK	0.64	0.58	0.13	MISK	0.50	0.46	0.08
MSPA	0.67	0.63	0.08	MSPA	0.66	0.64	0.05
MTAP	0.70	0.78	0.16	MTAP	0.52	0.71	0.39
MTA2	0.72	0.67	0.11	MTA2	0.70	0.58	0.24
MTAN	0.59	0.66	0.14	MTAN	0.62	0.69	0.15
MBML	0.65	0.81	0.33	MBML	0.61	0.60	0.03
MSGT	0.65	0.57	0.15	MSGT	0.73	0.65	0.15
MDSM	0.62	0.74	0.24	MDSM	0.88	0.84	0.09
MSTA	0.30	0.65	0.70	MSTA	0.30	0.36	0.12
MNOG	0.52	0.62	0.20	MNOG	0.48	0.47	0.03
ML20	0.42	0.61	0.38	ML20	0.44	0.30	0.27
MSKL	0.58	0.55	0.06	MSKL	0.46	0.42	0.09
MCUC	0.65	0.50	0.29	MCUC	0.62	0.55	0.14
MTRU	0.40	0.40	0.00	MTRU	0.37	0.53	0.32
SUM	11.85	13.68	4.29	SUM	11.78	12.51	2.83
PCT	65.81	76.01	23.84	PCT	65.46	69.51	15.70

Tabela 1. Komunaliteti kod eksperimentalne (EX) i kontrolne (KO) grupe (1,2 = prvo i drugo mjerenje, D = razlika, SUM = sume, PCT = postoci)

Na temelju rezultata u Tabelama 1 i 2, primjetno je da su unutar grupa u velikoj mjeri očuvane, kako globalne, teko i lokalne sličnosti. Kod eksperimentalne grupe tri varijable (ciljanje kratkim štapom, pretklon raskoračno i gađanje lopticom u metu) pokazuju temeljnu razliku između dva mjerenja (i to gađanje lopticom na 95 % sigurnosti), a funkcija sličnosti komunaliteta iznosi 76.16 %, što uz statistički test, svjedoči o promjeni u motoričkom prostoru, čime se ovaj tretman ($HI^2=18.42$) blago približava graničnoj vrijednosti hi-kvadrata od 28.87. Kod kontrolne grupe promijenio se samo karakter tapinga (na 95 % sigurnosti), a ukupna funkcija sličnosti je znatno veća i iznosi 84.30 %, čime se jasno može zaključiti da je eksperimentalni tretman jače djelovao na promjene integracije motoričkih funkcija, Naime, specifični stimulusi izvršili su bolju divergenciju sposobnosti entiteta obzirom na njihovu senzitivnost, vjerojatno zbog jačeg ukupnog intenziteta ili volumena opterećenja.

N =	47
DF =	29
Pt (95 %) =	0.34
Pt (99 %) =	0.43

N =	43
DF =	25
Pt (95 %) =	0.37
Pt (99 %) =	0.46

DIFF % =	76.16
HI =	18.42
DF =	18
P (18) 95 >	34.81
P (18) 99 >	28.87
HI < ZA 95	NS
HI < ZA 99	NS

DIFF % =	84.30
HI =	7.99
DF =	18
P (18) 95 =	34.81
P (18) 99 =	28.87
HI < ZA 95	NS
HI < ZA 99	NS

Tabela 2. Testiranje statističke značajnosti
 Univarijantni testovi: $N =$ entiteta, $DF =$ stupnjevi slobode, $Pt =$ granične vrijednosti razlika u D za lokalne t -testove na 95 i 99 % sigurnosti.
 Multivarijantni test: $DIFF \% =$ ukupni postotak razlika, $HI =$ hi kvadrat vrijednost, $DF =$ stupnjevi slobode, $P =$ granične vrijednosti razlika u HI za globalni test na 95 i 99 % sigurnosti

Globalni pokazatelji sličnosti u Tabeli 2, daju nam za pravo tvrditi kako se ni jedan ni drugi uzorak u smislu sličnosti motoričkih funkcija statistički gledano nije bitno globalno promijenio pod utjecajem transformacijskih postupaka. Međutim, kod eksperimentalne grupe se ne može zanemariti činjenica da su sve tri varijable preciznosti (MSTA, MNOG i ML20), od čega dvije značajno, promijenile svoj karakter. Za zaključiti je kako specifični trening košarke značajno djeluje na opću motoričku preciznost u ovom uzrastu, a posebno na način da je opća motorička preciznost znatno bolje integrirana u globalni sklop motoričkih dimenzija.

b) Sličnost različitih grupa objekata

Na temelju rezultata u Tabelama 3 i 4, primjetno je da su u drugom mjerenju između grupa u velikoj mjeri otklonjene, kako globalna, tako i brojne lokalne sličnosti. Sve varijable preciznosti (MSTA, ML20, MNOG) značajno se razlikuju na razini 99 % sigurnosti, a njima se pridružuju i varijable iz prostora snage (sklek i izdržaj trupa) te fleksibilnosti (pretklon i iskret), sve četiri na 95 % sigurnosti. Ukupna funkcija količine sličnosti iznosi 77.36 %, a HI^2 vrijednost prelazi kritičnu granicu na 95 i 98 % sigurnosti, iako još uvijek ne i na 99 %.

Rezultati jasno sugeriraju da je pod različitim tretmanima došlo do promjena sličnosti uzoraka, te da su te promjene usmjerene u pravcu preciznosti, snage i fleksibilnosti. Kako su svi komunaliteti osim snage trupa, jače uzraženi kod eksperimentalne grupe, za zaključiti je kako specifični košarkaški tretman intenzivno djeluje na integraciju navedenih motoričkih dimenzija u opći motorički sklop.

U znanstvenom smislu ovo je svakako dragocjena informacija, jer jasno opisuje utjecaj pojedinih transformacijskih postupaka na odabrane motoričke dimenzije, u ovom slučaju na opće motoričke funkcije.

VAR / GR.	EX	M-2	
		KO	D
MKUS	0.79	0.72	0.13
MOSS	0.69	0.66	0.05
MTUP	0.76	0.81	0.09
MPTK	0.67	0.54	0.28
MISK	0.58	0.46	0.24
MSPA	0.63	0.64	0.02
MTAP	0.78	0.71	0.14
MTA2	0.67	0.58	0.17
MTAN	0.66	0.69	0.06
MBML	0.81	0.60	0.44
MSGT	0.57	0.65	0.17
MDSM	0.74	0.84	0.19
MSTA	0.65	0.36	0.57
MNOG	0.62	0.47	0.30
ML20	0.61	0.30	0.62
MSKL	0.55	0.42	0.26
MCUC	0.50	0.55	0.09
MTRU	0.40	0.53	0.25
SUM	11.68	10.51	4.07
PCT	64.90	58.40	22.64

Tabela 3. Komunaliteti kod eksperimentalne (EX) i kontrolne (KO) grupe (M-2 = drugo mjerenje, D = razlika, SUM = sume, PCT = postoci)

N =	90
DF =	70
Pt (95 %) =	0.29
Pt (99 %) =	0.23

DIFF % =	77.362
HI =	33.209
DF =	18
P (18) 95 >	28.869
P (18) 98 =	32.346
HI < ZA 95	S
HI < ZA 98	S

Tabela 4. Testiranje statističke značajnosti

Univarijantni testovi: *N* = entiteta, *DF* = stupnjevi slobode, *Pt* = granične vrijednosti razlika u *D* za lokalne *t*-testove na 95 i 98 % sigurnosti.

Multivarijantni test: *DIFF %* = ukupni postotak razlika, *HI* = hi kvadrat vrijednost, *DF* = stupnjevi slobode, *P* = granične vrijednosti razlika u *HI* za globalni test na 95 i 98 % sigurnosti

Zaključak

Kreiran je model, te napisan i testiran algoritam za analizu sličnosti uzoraka. Model je zamišljen za analizu globalnih i lokalnih sličnosti, a primjenjiv je u zavisnim i nezavisnim uzorcima. Za prikaz algoritma upotrebljeni su podaci 90 entiteta podijeljenih u eksperimentalnu (47) i kontrolnu (43) skupinu, opisani s 18 općih motoričkih varijabli zamišljenih da dobro pokriju većinu pretpostavljenih motoričkih dimenzija u dva trenažna stanja. Algoritam je jasno pokazao mogućnost identifikacije sličnosti uzoraka u tipičnim situacijama koje se u sportu pojavljuju, s nizom važnih pokazatelja, što ga čini snažnim alatom za primjenu u utvrđivanju stanja objekata, ali i u planiranju, nadzoru, kontroli i evaluaciji efekata tretmana.

Literatura

1. Bonacin, D. (2004). Identifikacija restrukturiranja taxona biomotoričkih dimenzija djece uzrasta 7 godina pod utjecajem transformacijskih procesa. Disertacija, Fakultet sporta i tjelesnog odgoja Univerziteta u Sarajevu.
2. Bonacin, D. (2006) Definicija apsolutnih temelja spoznajnog kontinuuma. *Kvaliteta rada u području edukacije, sporta i sportske rekreacije. 15. ljetna škola kineziologa Republike Hrvatske*, Rovinj, Zbornik radova:405-408.
3. Bonacin, D., Carev, Z. (2002). The universal methodology of process identification. *Journal of Theoretics*, vol 4, 2, Available: <http://www.journaloftheoretics.Com/Links/links-papers.htm>.
4. Bonacin, D., Rađo, I. (2005 a) Jednostavni cjeloviti algoritam za analizu strukturalnih promjena. *Homo Sporticus*, 8, 1: 13-18.
5. Bonacin, D., Rađo, I. (2005 b) Jednostavni algoritam za analizu kvantitativnih promjena na temelju projekcije parametara centroida. *Homo Sporticus*, 8, 1: 6-12
6. Bonacin, D., Smajlović, N. (2005) Univerzalni model selekcije za vrhunsko sportsko stvaralaštvo. *Homo Sporticus*, 8, 1: 36-41.
7. Bonacin, D., Rađo, I., Smajlović, N. (2006) Nekonvencionalni algoritam za analizu redefinicije populacijskih parametara s pozicije individue. *Homo Sporticus*, 9, 1: 39-47.
8. Blažević, S., Bonacin, D., (2006) Evaluacija osjetljivosti subjekata na primjenjene stimuluse. *Kvaliteta rada u području edukacije, sporta i sportske rekreacije. 15. ljetna škola kineziologa Republike Hrvatske*, Rovinj, Zbornik radova:409-412.
9. Cooley, W.W., Lohnes, P.R. (1971). *Multivariate data analysis*. John Wiley and sons. inc, New York.
10. Hair., J. F., Anderson, R. E., Tatham, R. L. (1990). *Multivariate Data Analysis. with Readings*. Maxwell McMillan International editions.
11. Johnson, A.R., Wichern, W.D. (1992). *Applied Multivariate Statistical Anaysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
12. Momirović, K. (1984). *Kvantitativne metode za programiranje i kontrolu treninga*. FFK, Zagreb.
13. Momirović, K, Prot. F., Dugić, D., Knezović, Z., Bosnar, K., Erjavec, N., Gredelj, M., Kern, J., Dobrić, V., Radaković, J. (1987). *Metode, algoritmi i programi za analizu kvantitativnih i kvalitativnih promjena*. Institut za kineziologiju FFK Sveučilišta u Zagrebu.
14. Mulaik, S.A. (1972). *The foundations of factor analysis*. McGraw-Hill, New York.
15. Rao, C. R. (1973). *Linear Statistical Inference and its Applications*. John Wiley & Sons
16. Rađo, I., Wolf, B. (2002). *Kvantitativne metode u sportu*. Sarajevo.